

对“磁力小火车”的原理探究及实验验证

陈芳婷¹, 乐永康², 俞 熹²

(1. 复旦大学 核科学与技术系, 上海 200433; 2. 复旦大学 物理学系, 上海 200433)

摘要: 根据磁铁在不均匀磁场中受力公式和洛伦兹力公式推导出“磁力小火车”现象中, “小车”的平衡速度表达式, 并通过 MATLAB 和 COMSOL 等软件结合实验测量数据得出表达式中相关参数数值, 利用 MATLAB 做出小车平衡速度 v 与电池电压 U_0 , v 与线圈半径 R , v 与线圈匝数密度 n , v 与加入磁铁个数 N 的理论图像, 并通过实验探究 v 与 U_0 , v 与 n , v 与 N 的关系, 得到的实验图像与理论图像趋势吻合程度较好。

关键词: 公式推导; 仿真模拟; MATLAB 作图; 实验探究

中图分类号: O 441

文献标识码: A

文章编号: 1000-0712(2017) 08-0056-06

【DOI】10.16854/j.cnki.1000-0712.2017.08.016

YouTube 上的一个视频^[1]展示了这样一个有趣的现象: 将一个两端吸引着磁铁的 AA 电池放入一段铜线圈(非漆包线)中, 电池能够在线圈中跑动(具体装置如图 1^[2])。这个现象被选做 2016 IYPT^[3] 课题 8, 本文的作者参与该课题的研究工作, 并与其他课题的课题研究成果获第三届 SUPT 特等奖及第七届 CUPT 一等奖。

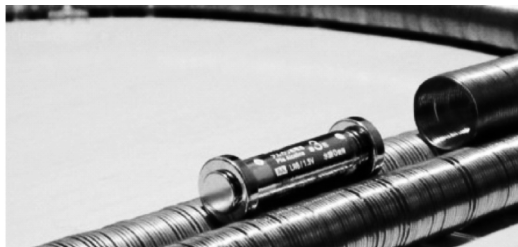


图 1 磁力小火车装置图

闫峰的文章^[4]中指出, “小车”的动力来源于线圈电流在线圈两端产生的不均匀磁场, 并强调要使“小车”运动, 需使两端磁铁同极性朝外。而 Stephen Irons 的文章^[5]中给出公式: $F = \nabla [M \cdot B(r)]$ (M 为磁铁的磁化强度, $B(r)$ 为磁铁所在处磁感应强度)来描述磁铁在不均匀磁场中的受力, 并指出随“小车”运动速度增大, 线圈切割“小车”周围磁感线所产生的反电动势增大, 使得“小车”受动力减小, 再加上摩擦力的存在, “小车”的运动速度有上限。然而

以上两位学者的研究均未涉及“小车”平衡速度与线圈参数、电池参数和磁铁参数的定量关系。

本文通过对“小车”运动过程中具体受力做理论推导, 得出“小车”平衡速度表达式。通过实验测得相关参量, 做出小车速度随相关参数变化的理论图像, 并通过实验验证“小车”速度与不同参数的关系, 进而得出“小车”运动规律。

1 理论推导

1.1 平衡速度推导

“小车”运动过程中的动力源于磁铁在闭合回路两端的不均匀磁场中所受合力(如图 2^[6])。利用毕奥-萨伐尔定律, 计算通电螺线圈在空间某一点的 z 轴向磁感应强度大小^[7]:

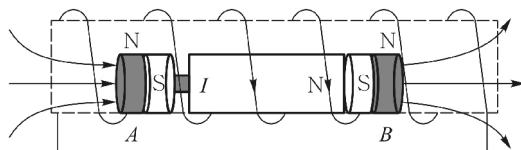


图 2 “小车”两端不均匀磁场示意图

$$B_z = \int dB_z = \frac{n\mu_0 I}{4\pi} \int_0^{2\pi} \left[\int_0^L \frac{R(R - y_0 \sin\theta)}{r^3} dz \right] d\theta \quad (1)$$

式(1)中 n 为线圈匝数密度, μ_0 为真空中磁导率, I 为线圈中电流, L 为在闭合回路中的线圈长度(即

收稿日期: 2016-10-13; 修回日期: 2016-12-30

基金项目: 国家自然科学基金委基础科学人才培养基金(J0730310)资助

作者简介: 陈芳婷(1996—), 女, 浙江温州人, 复旦大学核科学与技术系 2015 级本科生。

“小车”长度), R 为线圈半径, z 为线圈轴向方向.

电池两端磁铁水平方向上受到的合力为^[3]

$$F = 2 \iiint \nabla (M \cdot B) dV \quad (2)$$

式(2)中 M 为磁铁磁化强度, B 为磁铁体积微元所在处磁感应强度, dV 为磁铁体积微元. 基于两点理想化处理: ① 磁铁均匀磁化 ② 磁铁磁化强度 M 沿轴向, 可将上述受力公式进一步转化为标量表达式:

$$F = 2M \iiint \frac{\partial B_z}{\partial z} dx dy dz \quad (3)$$

F 方向沿 z 轴.

在“小车”的运动过程中, 线圈切割“小车”周围磁感线产生反电动势, 表达式为

$$U = v \sum_{k=1}^{k=nL} \int_0^{2\pi} B_r(x, y, z) R d\theta \quad (4)$$

v 为“小车”运动速度大小, B_r 为线圈长度微元上的径向磁感应强度大小.

本文将“小车”在运动过程中所受摩擦力大小处理为常数 f_0 .

综上, 对“小车”的平衡状态列受力平衡表达式, 而考虑到线圈中电流为 $\frac{U_0 - U}{R'}$ (U_0 为电池电压,

R' 为闭合回路中的电阻, 包含电池内阻和接入闭合回路中的线圈内阻以及小车运动过程中与线圈间的接触电阻). 可得出受力平衡状态下“小车”的速度大小为

$$v = \frac{U_0 - \frac{4\pi f_0 R'}{2M\mu_0 nA}}{B} \quad (5)$$

式(5)中

$$A = \iiint \frac{\partial \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\int_0^L \frac{R(R - y_0 \sin \theta)}{r^3} dz \right] d\theta \right\}}{\partial z} dx dy dz$$

为将式(1)中的积分式代入式(3)中除去常数所得积分式; $B = \sum_{k=1}^{k=nL} \int_0^{2\pi} B_r(x, y, z) R d\theta$, 为式(4)

中 $\frac{U}{v}$.

式中 M 、 f_0 、 A 、 B 的计算需结合实验数据.

1.2 相关参数的测定和计算

M 的测定: 实验上, 利用高斯计测量“小车”周围径向磁场大小. 利用软件 COMSOL Multiphysics 5.0^[4] 建立磁铁模型(如图3), 做出实验测量位置处的径向磁感应强度大小的理论图像, 通过调试材料

的磁化强度, 使得做出的理论图像与实验测定的数据吻合较好(如图4), 以此作为实验用磁铁的磁化强度 M .

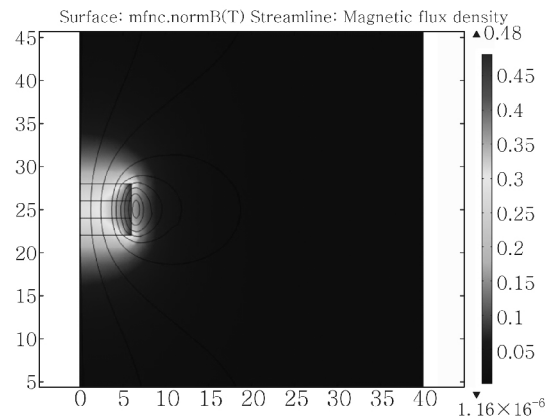


图3 COMSOL 模拟磁铁在空间产生的磁场

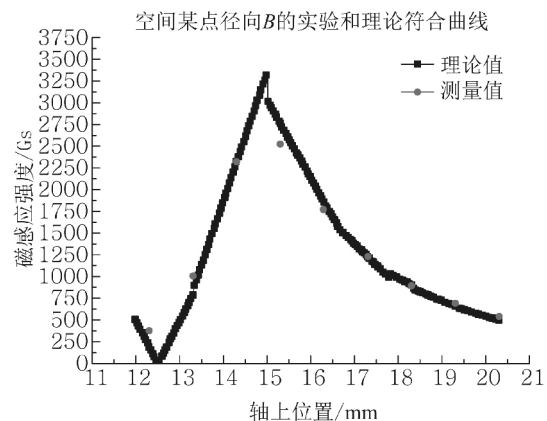


图4 磁铁磁场理论与实验图像

f_0 的测定: 利用棉线将“小车”与 iOlab(一款可以测量加速度、速度、力等物理量的传感器) 的拉环相连接, 固定 iOlab, 将“小车”置于线圈中, 保持棉线水平, 拖动线圈, 读取并记录电脑上显示的摩擦力数据.

A 的计算: 利用 MATLAB 编程计算, 值得注意的是, 该积分式无解析解, 因此在编程时采用 Monte Carlo method(以概率统计理论为指导的一类数值计算方法, 也称统计模拟方法) 为算法, 此处略去程序代码.

B 的转化和计算: 根据“小车”的磁场演示结果(如图5, 由此注意到电池并非全部被磁化, 而仅仅是中间部分), 利用 COMSOL Multiphysics 5.0 构建“小车”模型(如图6), 根据所构建的模型画出的“小车”周围径向磁感应强度大小理论图像与实际

测量数据吻合得较好(如图7)。

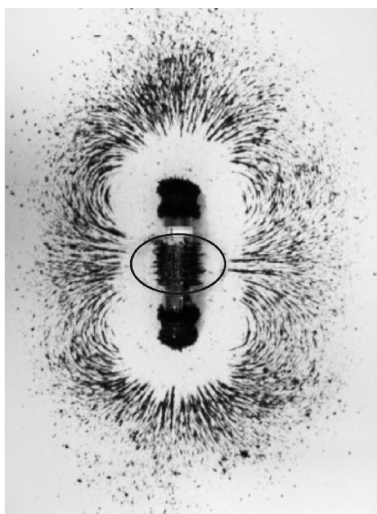


图5 “小车”磁场的铁屑演示

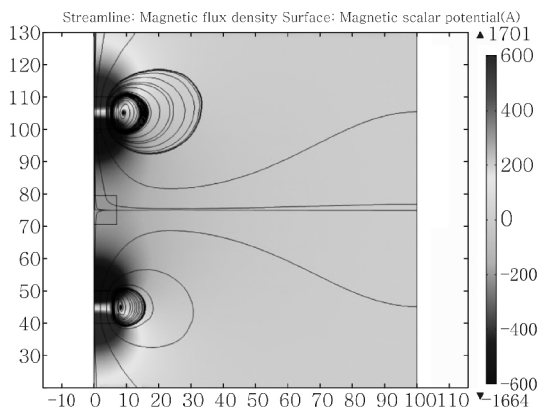


图6 “小车”磁场理论图像

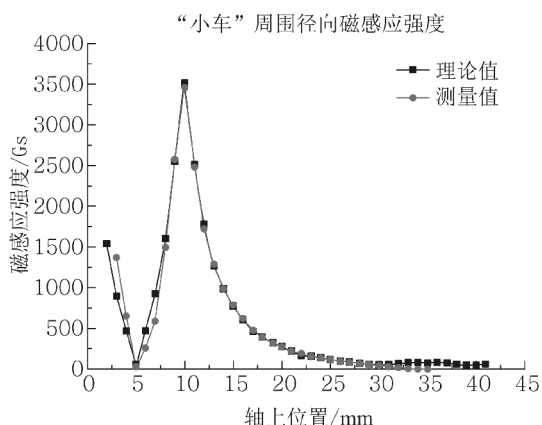


图7 “小车”周围磁场理论图像与实验图像

对“小车”在线圈中运动的真实情况做适当简化,将真实情况下“小车”与线圈的非同轴心关系简化为同轴心关系,进而将复杂的积分求和算式转化

为易于计算的线积分:

$$\sum_{k=1}^{k=nL} \int_0^{2\pi} B_r(x, y, z) R d\theta = 2\pi n R \int_0^L B_r dl \quad (6)$$

其中 $\int_0^L B_r dl$ 可通过 COMSOL 软件添加 Cut Line 2D, 并利用 Derived Values 功能计算得到.

1.3 理论图像的绘制

基于上述计算结果,利用 MATLAB 做出 v 和 U_0 (如图8), v 和 R (如图9), v 和 n (如图10), v 和额外加入磁铁个数 N (如图11, 这里 N 指在一个 $\phi 15 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ 的磁铁上加入的 $\phi 12 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$ 的磁铁的个数,选择添加直径更小的磁铁是为了控制“小车”与线圈接触点位置不变) 的理论关系图.

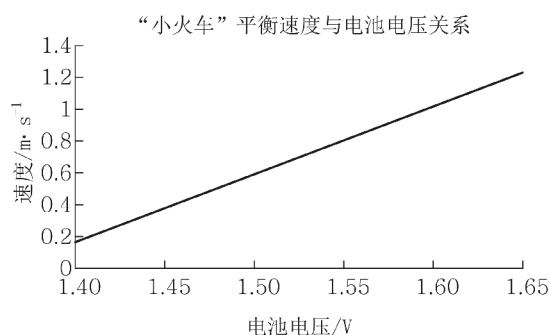


图8 v 和 U_0 的理论关系图

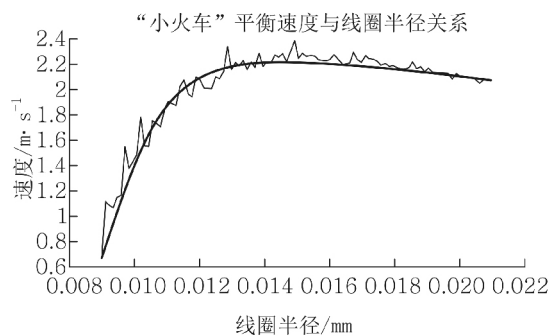


图9 v 和 R 的理论关系图

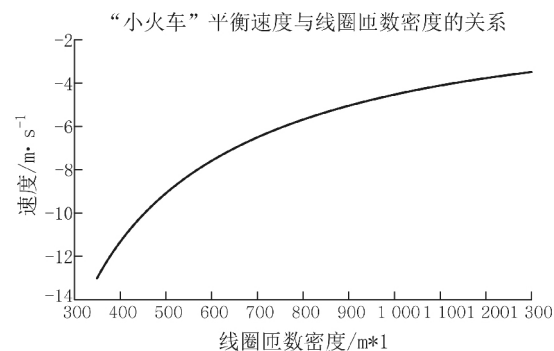
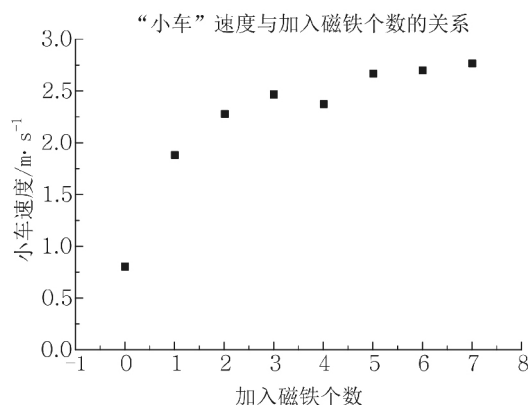


图10 v 和 n 的理论关系图

图 11 v 和 N 的理论关系图

需指出理论速度的范围与实际水平有一定差距,因 v 的理论公式对各参数较敏感,相关参数的微小误差能使得理论图像的纵坐标水平发生较大变化,但对曲线变化趋势影响较小。

图 8 理论图像因考虑到在电池在电压为 1.4V ~ 1.65V 的范围内,内阻变化不大,因此认为闭合回路中的电阻保持不变,显然,平衡速度与电池电压成正比关系。

图 9 曲线的波动因

$$\iiint \frac{\partial \left\{ \int_0^{2\pi} \left[\int_0^L \frac{R(R-y_0 \sin \theta)}{r^3} dz \right] d\theta \right\}}{\partial Z} dx dy dz$$

随 R 的变化发生变化,而该式由 Monte Carlo method 计算得到,因使用随机数计算,计算结果非确定值,使得绘制出的理论图像表现为在准确值附近小范围波动,但曲线的趋势依然很明晰(光滑线为利用画图软件表现图线趋势)。随线圈半径增大,在线圈两端轴向磁感应强度的梯度变大和闭合回路中电阻增大这两者变化影响下,该曲线呈现先增大,后减小的趋势。

图 10 中随着 n 的增大,接入闭合回路的铜线电阻增大以及相同的“小车”速度切割线圈产生的反电动势增大使得阻碍作用增强,而在相同电流情况下,线圈两端轴向磁感应强度的梯度变大使得磁力动力增大。在此 3 方面作用下, v 随 n 增大而增大,但趋势变缓。在实际情况下, v 与 n 的关系中可能出现峰值。

图 11 中增加磁铁个数使得在线圈中电流相同的情况下,“小车”受到更大的驱动力,同时使得在相同速度的情况下,“小车”切割磁场产生的反电动势增大。在两者的共同影响下, v 与 N 的图像趋势中有个“凹陷”。(图 11 通过 MATLAB 计算实验数据点,利用 Origin 9.0 作图)

从平衡速度的表达公式看来,决定平衡速度的因素很多,因此每个参量的理论结果与真实情况存在的差异使得最终理论计算结果的纵坐标水平(理论计算的平衡速度值)与真实情况有一定差距,但因理论图像的趋势随各参数变化而变化得并不明显,理论图像对实验仍有很大指导意义。

2 实验装置及过程

实验仪器: 磁铁 ($\phi 15 \text{ mm} \times 5 \text{ mm}$ 、 $\phi 15 \text{ mm} \times 3 \text{ mm}$ 、 $\phi 12 \text{ mm} \times 2 \text{ mm}$)、GD 超霸碱性 5 号电池、铜线圈(非漆包线、铜线直径 0.8 mm)、棉线、红色塑料泡沫小块、JVC GC-P100 摄像机、三脚架、VC9807A + 数字万用表。

实验过程: 将电池与磁铁相吸构成“小车”装置(注:磁铁需使相同极性朝外),用棉线将红色塑料泡沫小块与“小车”连接(棉线长度稍长于线圈长度)。记录所要探究的影响因素的数值(探究电池电压对“小车”平衡速度的影响实验中,因电池电压在小车进入线圈前与离开线圈后发生较大改变,需取两时刻电压平均值),将“小车”放入线圈中,利用水平放置在三脚架上的 JVC GC-P100 摄像机拍摄红色塑料泡沫小块的运动情况(以塑料泡沫小块运动速度表征“小车”的运动速度),并用于 Tracker 4.93^[8] 分析,得到相应速度。

实验装置示意图正视图如图 12,侧视图如图 13。

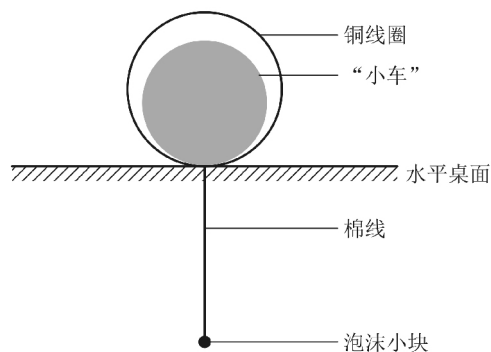


图 12 实验装置正视图

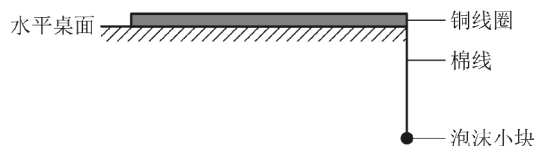
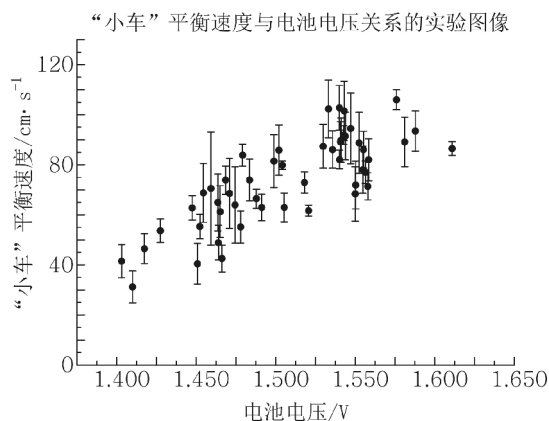
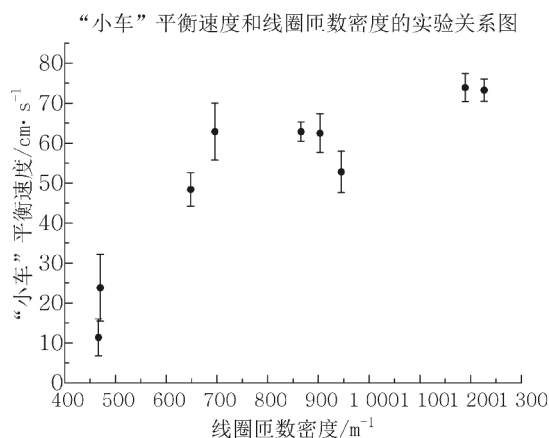
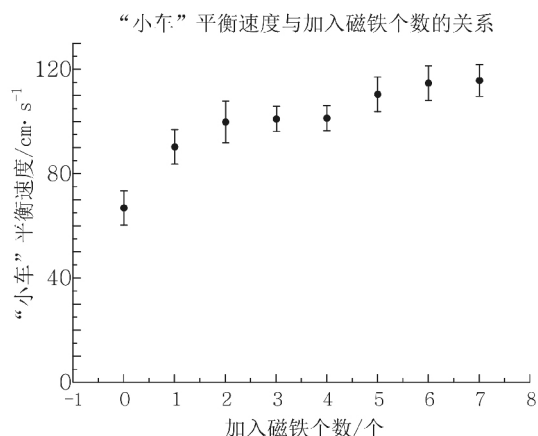


图 13 实验装置侧视图

3 实验结果及讨论

本实验测量了 v 与 U_0 (如图 14)、 v 与 n (如图

15) v 与 N (如图 16) 的关系.图 14 v 和 U_0 的实验关系图图 15 v 和 n 的实验关系图图 16 v 和 N 的实验关系图

实验数据有一定的不确定度,原因主要为以下两点: 1) “小车”运动过程中接触电阻和摩擦力不断

变化; 2) Tracker 分析视频时每秒帧数为 50 帧,不够精确.

实验结果验证了理论趋势的正确性.

由此得出,“小车”平衡速度 v 与电池电压 U_0 成线性正相关关系; v 随线圈匝数密度 n 增大会增大,但是可以预期会出现峰值; v 随加入磁铁个数 N 增加而增加,趋势中段较平缓.

4 结语

从上面的理论推导和实验验证关系来看,利用理论公式作的图的趋势与实验结果符合得较好: “小车”平衡速度 v 与电池电压 U_0 成线性正相关关系; v 随线圈匝数密度 n 增大会增大,但是可以预期会出现峰值; v 随加入磁铁个数 N 增加而增加,趋势中段较平缓.虽然理论图像的纵坐标水平与真实值有一定差距,但理论图像的趋势对实验依然具有较大指导意义.

致谢: 感谢复旦大学物理系李爱萍老师在搭建铜线圈绕制装置时给予的帮助,感谢复旦大学 2015 级杨皓同学和刘雪颖同学在绕制线圈过程中提供的帮助.感谢复旦大学 2012 级物理系唐云浩学长和郑雯翰学长对于理论推导中数值计算部分提供的软件帮助以及 2012 级物理系周一稼学长给予的 COMSOL Multiphysics 的软件使用指导.本文工作获得国家自然科学基金委基础科学人才培养基金 (No.J0730310) 的资助,特此感谢.

参考文献:

- [1] Amazing Science 君. World's Simplest Electric Train [EB/OL]. <https://youtu.be/J9b0J29OzAU>.
- [2] Ilya Martchenko, Matej Badin, Reza Montazeri Namin, et al. Preparation to the Young Physicists' Tournaments' 2016 [EB/OL], <http://iypt.org>
- [3] IOC. Problems for the 29th IYPT 2016 [M]. 2015.
- [4] 闫峰. 磁动力小火车的驱动原理 [J]. 中学物理教学参考, 2015, 44 (7): 7-8.
- [5] Stephen Irons. The dipolar express: An electromagnetically driven train [J]. The Physics Teacher, 2015, 53: 185-188.
- [6] 惠小强, 陈文学. 有限长通电螺线管空间的磁场分布 [J]. 物理与工程, 2004, 14 (2): 22-23.
- [7] 一款多物理场仿真软件. <http://www.comsol.it/>
- [8] 一款物理视频分析软件. <http://physlets.org/tracker/>

An explanation of “magnetic train”

CHEN Fang-ting¹, LE Yong-kang², YU Xi²

(1.Department of Nuclear Science and Technology, Fudan University, Shanghai 200433, China;

2. Department of Physics, Fudan University, Shanghai 200433, China)

Abstract: Based on the "magnetic train" phenomenon in inhomogeneous magnetic field and the Lorenz formula and the magnet force formula, we derive the balancing speed formula of car. The experimental result shows that the numerical parameters in the expression by MATLAB and COMSOL software combined with MATLAB for plotting v (balanced car speed) , and U_0 (battery voltage) , v and the coil radius of R , v and n (the number of turns of the coil density) , V and N (the number of magnet is added) diagrams, and those relationship are agreement with the experimental exploration.

Key words: formula derivation; simulation; MATLAB plot; experimental research

(上接 55 页)

3 总结

“基于高纯锗 γ 谱仪的环境放射性测量”实验,设计了从灌液氮到搭建高纯锗 γ 谱仪测试系统以及调试各项参数以使谱仪处于最佳测量状态等一系列实验步骤,这样的设计能够给予学生充足的动手机会,使他们得以初步掌握高纯锗 γ 谱仪的性能;同时这个实验充分利用该谱仪对环境放射性中 γ 射线能量分辨率高的特性,通过对环境放射性测量及其得到的 γ 谱分析,对环境中的核辐射问题有了一定了解.总体来说,该实验将核物理实验技能训练的目标与学生对环境辐射生活现象的关注相结合,既激发了学生探索的兴趣,又培养了学生用实验研

究解决实际问题的思维方法和实验技能.该实验在过去几年的教学实践中,受到了学生的高度评价,学生们表示:希望以后实验教学中,这种结合生活实际问题的新实验能够更多出现.

参考文献:

- [1] 格伦 F. 诺尔. 辐射探测与测量 [M]. 李旭, 张瑞增, 徐海珊, 等, 译. 北京: 原子能出版社, 1988: 285 .
- [2] Mayeen Uddin Khandaker. High purity germanium detector in gamma-ray spectrometry [J]. International Journal of Fundamental Physical Sciences, 2011, 1(2) : 42-46.
- [3] 北京大学, 复旦大学, 主编. 核物理实验(高等学校试用教材) [M]. 北京: 原子能出版社, 1989: 312.

Gamma spectrometry of environmental radiation based on HPGe detector measuring system

XU Jin-yan, LOU Jian-lin, HUANG Guang-wei

(School of Physics and State key Laboratory of Nuclear Physics and Nuclear Technology,

Peking University, Beijing 100871, China)

Abstract: With the rapid development of nuclear power industry in China, the problem of environmental radiation attracts increa singly attention. This new research experiment named “Gamma spectrometry of environmental radiation based on HPGe detector measuring system” provides an effective way for students to acquire some knowledge about environmental radiation. In this experiment, a HPGe detector measuring system is built up to detect the radiation from environment. Benefitting from the high energy resolution of this system, the result of gamma spectrometry of environment clearly demonstrates the radiation sources. In this experiment a series of parameters should be set up to ensure the system work in good condition. During the process the student will understand working principles of HPGe detector measuring system and acquire some skills of experiment operations. Also, a method of analyzing complicated gama-ray energy spectra is introduced in this experiment.

Key words: HPGe; environmental radiation; energy resolution